Tarea Algebra

Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guanajuato 2018

Febrero 2018

En todos los problemas, los números son reales positivos a menos que se indique o contrario.

1. Demuestra la desigualdadde Bernoulli: Para $x \geq -1$ se cumple
$$(1+x)^n \geq 1+nx$$
2. Sea ABC un triángulo tal que $\angle A > \angle B$. Demuestra que $BC > \frac{1}{2}AB$
3. Demuestra que
$$(x+y)(y+z)(z+x) \geq 8xyz$$
4. Demuestra que si $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ entonces $abc \leq 1$
5. Demuestra que
$$\frac{a+b+c}{abc} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$
6. Muestra para todos los reales positivos a,b,c,d que:
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} + \frac{16}{d} \geq \frac{64}{a+b+c+d}$$
7. Demuestra Demuestra la desigualdad de Nesbitt:
$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$$
8. Redacta una demostración de la desigualdad media aritmética/media geométrica:
$$\frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n}$$
9. Sean a,b,c reales positivos que satisfacen $a+b+c=1$. Demuestra que:
$$\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \leq 2$$
10. Dado P un polinomio con coeficientes positivos, muestra que si
$$P(\frac{1}{x}) \geq \frac{P(x)}{1}$$
para x=1, entonces es cierto paratodo x real positivo.