

Tarea: Congruencias con números primos

Myriam Hernández Ketchul

5 de mayo de 2018

- Problema 1.** Encuentra todos los primos p para los cuales el cociente $\frac{2^{p-1} - 1}{p}$ es un cuadrado perfecto.
- Problema 2.** Si $n \in \mathbb{N}$, encuentra el menor valor de $n > 1$ tal que $2009^n = \dots 2009$ (Un número que termina en 2009).
- Problema 3.** Demuestra que si q es un factor primo de $a^2 + b^2$ y $q \equiv 3 \pmod{4}$ entonces $q \mid a$ y $q \mid b$.
- Problema 4.** Encuentra el menor entero positivo x tal que $13 \mid (x^2 + 1)$.
- Problema 5.** Demuestra que $n^7 - n$ es divisible por 42, para cualquier entero n .
- Problema 6.** Demuestra que el producto de tres enteros consecutivos es divisible por 504 si el de en medio es un cubo.
- Problema 7.** Prueba que $(p - 1)! \equiv p - 1 \pmod{1 + 2 + 3 + \dots + (p - 1)}$ si p es primo.
- Problema 8.** Sea p un número primo. Demuestra que hay una infinidad de enteros positivos n tales que p divide a $2^n - n$.
- Problema 9.** *Teorema de Wilson.* Si p es primo, entonces $(p - 1)! \equiv -1 \pmod{p}$
- Problema 10.** Sea p un primo. Demuestra que $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$ tiene soluciones enteras si y sólo si $p = 2$ o $p \equiv 1 \pmod{4}$.