

## Tarea de combinatoria

Instrucciones- Lee cada problema con cuidado, si tienes dudas sobre la redacción puedes preguntar al correo [isais.delafuente@cimat.mx](mailto:isais.delafuente@cimat.mx) o [alfredo.elias@cimat.mx](mailto:alfredo.elias@cimat.mx) más tardar el jueves. Las soluciones DEBEN ser escritas a mano y enviadas al correo [isais.delafuente@cimat.mx](mailto:isais.delafuente@cimat.mx) más tardar el 31 de Julio (puedes escanearlas o tomarles foto), si no resolviste todos los problemas no te preocupes, escribe tus ideas y avances y envíalos también, pueden valer puntos.

1- Sean  $n$  y  $m$  enteros positivos con  $n$  mayor o igual a  $m$  y  $d$  su máximo común divisor, demuestramos que

$$\frac{d}{n} \binom{n}{m} \quad (1)$$

es un entero.

2-  $2n$  bolas blancas y  $2n$  bolas negras están acomodadas en una línea. Muestra que hay  $2n$  bolas consecutivas tal que exactamente  $n$  de ellas son blancas

3- Se eligen 65 números entre 1 y 2016, demuestramos que hay 4 de ellos,  $a, b, c, d$  tal que  $a + b - c - d$  es múltiplo de 2016.

4- Tenemos 27 cubitos, Isaías llegó y los pegó todos haciendo un cubo de  $3 \times 3 \times 3$ , ustedes quieren recuperar los 27 cubitos haciendo cortes horizontales y verticales. Si pueden mover las piezas luego de cada corte ¿Cuál es el menor número de cortes necesarios?

5- Consideremos un tablero de  $4 \times 4$ , que está cubierto de manera perfecta con 8 dominós. Demostrar que siempre es posible cortar el tablero en dos piezas horizontales no vacías o en dos piezas verticales no vacías sin cortar ninguno de los 8 dominós.

6- Hay 7 niños y 13 niñas en una fila, sea  $S$  el número de lugares en que hay una niña y un niño adyacentes. Por ejemplo, para la fija  $G B B G G G B G B G G G B G B G G B G G$ , donde  $G$  es niña y  $B$  es niño, se tiene  $S = 12$ , si consideramos todos los arreglos posibles de estas 20 personas, encuentra el valor promedio de  $S$ .

7- Hay  $2n$  personas en una fiesta, cada persona tiene un número par de amistades (cada amistad es recíproca). Demuestramos que hay 2 personas con un número par de amigos en común