

Tarea de combinatoria

Instrucciones- Lee cada problema con cuidado, si tienes dudas sobre la redacción puedes preguntar al correo isais.delafuente@cimat.mx o alfredo.elias@cimat.mx más tardar el jueves. Las soluciones DEBEN ser escritas a mano y enviadas al correo isais.delafuente@cimat.mx más tardar el 31 de Julio (puedes escanearlas o tomarles foto), si no resolviste todos los problemas no te preocupes, escribe tus ideas y avances y envíalos también, pueden valer puntos.

1- Sean n y m enteros positivos con n mayor o igual a m y d su máximo común divisor, demuestra que

$$\frac{d}{n} \binom{n}{m} \quad (1)$$

es un entero.

2- $2n$ bolas blancas y $2n$ bolas negras están acomodadas en una línea. Muestra que hay $2n$ bolas consecutivas tal que exactamente n de ellas son blancas

3- Se eligen 65 números entre 1 y 2016, demuestra que hay 4 de ellos, a, b, c, d tal que $a + b - c - d$ es múltiplo de 2016.

4- Tenemos 27 cubitos, Isaías llegó y los pegó todos haciendo un cubo de 3×3 , ustedes quieren recuperar los 27 cubitos haciendo cortes horizontales y verticales. Si pueden mover las piezas luego de cada corte ¿Cuál es el menor número de cortes necesarios?

5- Consideremos un tablero de 4×4 , que está cubierto de manera perfecta con 8 dominós. Demostrar que siempre es posible cortar el tablero en dos piezas horizontales no vacías o en dos piezas verticales no vacías sin cortar ninguno de los 8 dominós.

6- Hay 7 niños y 13 niñas en una fila, sea S el número de lugares en que hay una niña y un niño adyacentes. Por ejemplo, para la fija $G B B G G G B G B G G G B G B G G B G G$, donde G es niña y B es niño, se tiene $S = 12$, si consideramos todos los arreglos posibles de estas 20 personas, encuentra el valor promedio de S .

7- Hay $2n$ personas en una fiesta, cada persona tiene un número par de amistades (cada amistad es recíproca). Demuestra que hay 2 personas con un número par de amigos en común