Tarea 1 de Geometría

Israel Bonal Rodríguez

Martes 10 de Julio del 2018

Indicaciones: Escribe la solución a los siguientes problemas de forma clara y concisa. En caso de no haber resuelto el problema, escribe tu solución parcial. Escanea o tómale foto a tus soluciones y envíalas al correo electrónico *israelbonal.31415@gmail.com* a más tardar el martes 17 de Julio. Recomiendo fuertemente intentar todos lo problemas. Los problemas se resuelven con la teoría vista hasta ahora en Geometría. Si necesitas sugerencia a algún problema me puedes escribir después de haberlo intentado por un buen rato.

Problemas:

1. Sea $\triangle ABC$ un triángulo. Demuestra lo siguiente:
   a) Las mediatrices de $\triangle ABC$ concurren en un punto llamado circuncentro.
   b) Las medianas de $\triangle ABC$ concurren en un punto llamado baricentro.
   c) Las bisectrices de $\triangle ABC$ concurren en un punto llamado incentro.
   d) Las alturas de $\triangle ABC$ concurren en un punto llamado ortocentro.
2. Sobre la tangente por B a una circunferencia de diámetro AB, se toman dos puntos C y D. Si AC corta a la circunferencia en F y AD corta a la circunferencia en E, demuestra que el cuadrilátero $CDEF$ es cíclico.
3. En un triángulo $\triangle ABC$ sean M, N y P, puntos sobre los lados BC, CA y AB, respectivamente. Se trazan las circunferencias circunscritas a los triángulos $\triangle APN, \triangle BMP$ y $\triangle CNM$. Demuestra que las tres circunferencias tienen un punto en común el cual se conoce como punto de Miquel.
4. Desde un punto sobre la circunferencia circunscrita a un triángulo equilátero $\triangle ABC$ están trazadas rectas paralelas a BC, CA y AB, las cuales cortan CA, AB y BC en los puntos M, N y Q, respectivamente. Demuestra que M, N y Q están alineados.
5. Está dada la circunferencia Ω. Desde un punto exterior P se trazan dos líneas tangentes a Ω las cuales la tocan en A y B. También por P se traza una secante l a Ω. Desde el centro de Ω se traza una recta perpendicular a l la cual corta a Ω en el punto K y a l en C (el segmento BK corta a l). Demuestra que BK bisecta el ángulo $\measuredangle ABC$.
6. Dos circunferencias se intersecan en los puntos A y B. Una recta arbitraria pasa por B y corta por segunda vez la primera circunferencia en el punto C y a la segunda en el punto D. Las tangentes a la primera circunferencia en C y a la segunda en D se cortan en el punto M. Por el punto de intersección de AM y CD pasa una recta paralela a CM, que corta AC en el punto K. Demuestra que KB es tangente a la segunda circunferencia.
7. Sea ABC un triángulo con incentro I. Sea N la intersección de la bisectriz del ángulo A con la circunferencia circunscrita del $\triangle ABC$.
   a) Demuestra que $BN = CN = IN$.
   b) Sea L la intersección de las rectas BC y AN. Se considera la circunferencia de centro N y radio NB la cual intersecta a los lados AB y AC en los puntos P y Q respectivamente ($P \neq B$ y $Q \neq C$). Demuestra que P, L y Q son colineales.
8. Están dados una circunferencia C_1 y un punto P exterior a ésta. Desde P se trazan las tangentes a C_1 las cuales la intersecan en los puntos A y B. También desde P se traza la secante l la cual interseca a C_1 en los puntos C y D. Por A se traza una línea paralela a l la cual interseca a C_1, además de en A, en un punto E. Demuestra que EB bisecta la cuerda CD.
9. Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo y sea D el punto donde la altura desde A interseca a la hipotenusa BC. Sean I y J los incentros de los triángulos $\triangle ABD$ y $\triangle ADC$, respectivamente, y sean M y N los puntos donde la línea IJ interseca a los catetos AB y AC, respectivamente. Demuestra que $AM = AN$.
10. El $\triangle ABC$ tiene inscrita una circunferencia, cuyo diámetro pasa por el punto de tangencia con el lado BC y corta la cuerda que une los otros dos puntos de tangencia en el punto N. Demuestra que AN parte BC por la mitad.