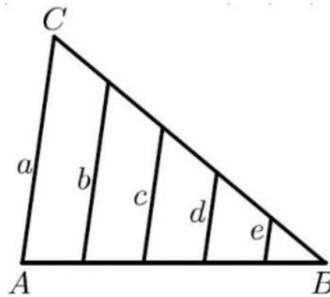


Problema 1. Para x entero, ¿cuál es el número entero positivo más grande que es menor a 200 y cumple que se puede escribir de la siguiente forma?

$$x + \sqrt{x}$$

Problema 2. En la siguiente figura, los segmentos a , b , c , d y e son paralelos y dividen al lado AB en 5 segmentos iguales. Si $a = 10$, encuentra la suma $a + b + c + d + e$.

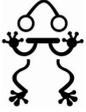


Problema 3. En un torneo de Tenis, se han quedado los últimos 5 jugadores en orden desde el quinto lugar, hasta el primero. Y para repartir los premios, se jugarán 4 partidos de la siguiente manera:

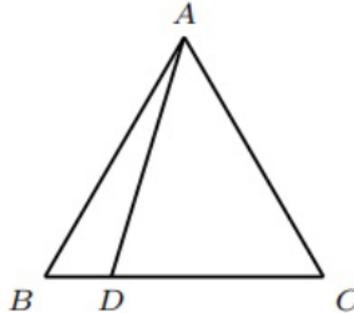
- El quinto lugar jugará contra el cuarto. El perdedor obtendrá el quinto premio.
- Después, el ganador del partido anterior jugará contra el tercer lugar y el perdedor obtendrá el cuarto premio.
- Posteriormente, el ganador del partido anterior jugará contra el segundo lugar y el perdedor obtendrá el tercer premio.
- Por último, el ganador del partido anterior jugará contra el primer lugar; el perdedor obtendrá el segundo premio y el ganador obtendrá el primer premio.

¿De cuántas maneras se pueden repartir los premios?

Problema 4. En la pizarra está escrito el número 123454321. Saúl borra algunos de los dígitos, pero no todos, y se da cuenta que el número resultante es divisible entre 9. ¿Cuál es la menor cantidad de dígitos que pudo haber borrado Saúl?



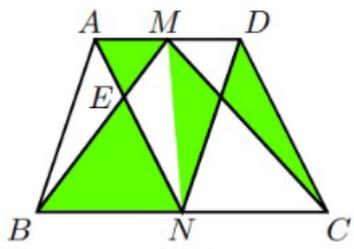
Problema 5. En la figura el triángulo ABC es equilátero. Sabiendo que $AC = 21$ y $BD = 5$, ¿cuánto mide AD ?



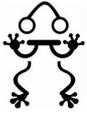
Problema 6. Una agencia vendedora de coches compró dos autos. Vendió el primero por 40 % más de lo que lo compró, y vendió el segundo por 60 % más de lo que lo compró. La cantidad total que recibió por los dos es 54 % más de la cantidad total que pagó por los dos. ¿Cuál es la razón de las cantidades que pagó por el primer coche y el segundo? Da tu respuesta en fracción de la manera más simple que puedas.

Problema 7. A cada número natural de dos cifras se le asigna un dígito de la siguiente manera: Se multiplican sus cifras, si el resultado es un dígito, este es el dígito asignado. Si el resultado es un número de dos cifras, se multiplican estas dos cifras, y si el resultado es un dígito, este es el dígito asignado. En caso contrario, se repite la operación. Por ejemplo el dígito asignado a 32 es el 6 pues $3 \times 2 = 6$; el dígito asignado a 93 es el 4 pues $9 \times 3 = 27$, $2 \times 7 = 14$, $1 \times 4 = 4$. ¿A cuántos números de dos cifras se les asigna el número 8?

Problema 8. En la siguiente figura $ABCD$ es un trapecio de bases AD y BC . M y N son los puntos medios de AD y BC , respectivamente. Si sabemos que la longitud de BC es el doble de la longitud de AD y que el área del triángulo AEM es 1, ¿cuánto vale el área de la región sombreada?



Problema 9. ¿Cuántos números de 6 dígitos se pueden construir de tal manera que entre los primeros 4 dígitos haya al menos un dígito par y los últimos 2 formen un múltiplo de 3? Por ejemplo, 123533 es un número a contar porque 33 es múltiplo de 3 y 1235 tiene al menos un dígito par. Nota que el número 012345 no se considera de 6 dígitos, por iniciar en 0.



Problema 10. ¿Cuántos enteros de dos cifras $ab = 10a + b$ son tales que sus dígitos cumplen la siguiente desigualdad?

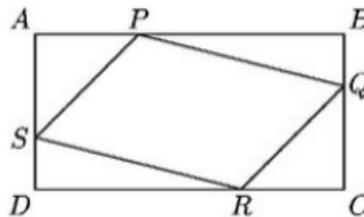
$$(a - 4)^2 + (b - 6)^2 < 3$$

Problema 11. ¿Cuál es la cantidad de pares ordenados de números naturales (m, n) tales que los siguientes números también son naturales?

$$\frac{m + 1}{n}, \frac{n + 1}{m}$$

Problema 12. El rey Arturo tiene 25 caballeros sentados en su mesa redonda, y debe elegir a 3 de ellos para ir a una peligrosa misión de matar a un dragón. El rey no elegirá a dos caballeros que se sienten uno junto al otro. ¿De cuántas maneras puede elegir a estos caballeros?

Problema 13. En la siguiente figura los puntos P, Q, R y S dividen cada lado del rectángulo en razón $1 : 2$. ¿Cuál es la razón entre el área del paralelogramo $PQRS$ y el área de $ABCD$? Da tu respuesta en fracción de la manera más simple que puedas.

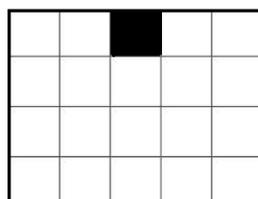


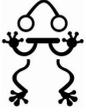
Problema 14. Calcula la siguiente expresión:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2017 + 2019 - 2 - 4 - 6 - \dots - 2016 - 2018 - 2020$$

Problema 15. Decimos que un número natural es de la suerte si sus dígitos son 4's o 7's. Los primeros números de la suerte son 4, 7, 44, 47, 74, 77, ... ¿Cuál es el 2020º número de la suerte?

Problema 16. En la siguiente figura, ¿cuántos rectángulos hay con lados sobre la cuadrícula que contengan al rectángulo negro?





Problema 17. Calcula $a + b + c$ si a, b, c son enteros positivos tales que

$$abc + ab + a = 786, ca + b = 82, bc + c + a = 133$$

Problema 18. ¿Cuál es el número favorito de Alicia si satisface las siguientes propiedades?

- Tiene exactamente 8 dígitos distintos.
- Sus dígitos están ordenados de forma descendente si se leen de izquierda a derecha.
- Es divisible entre 180.

Problema 19. La siguiente ecuación tiene una única solución en enteros positivos, con p, q, r números primos. ¿Cuál es el valor de q ?

$$3p^4 - 5q^4 - 4r^2 = 26$$

Problema 20. En la siguiente figura, $ABCD$ es un trapecio isósceles cuyas bases BC y AD miden 5 y 2 respectivamente. Además, X es un punto en el segmento BC tal que $BX = 3XC$. Una línea es trazada por B paralela a AX y otra línea es trazada por C paralela a DX . Esas dos líneas se intersecan en P . Calcula la razón entre el área del triángulo APD y el área del trapecio $ABCD$. Escribe tu respuesta como fracción de la forma más simple posible.

